

ریحانه ریگی^{۱*}، دکتر مهرداد جلالی^۲ و دکتر محمدحسین معطر^۳

^۱کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد ، rigi.reyhane@gmail.com

^۲استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد ، mehrjalali@gmail.com

^۳استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد ، mohammad.moattar@gmail.com

چکیده

در محدوده نظریه گراف و تجزیه و تحلیل شبکه، انواع مختلفی از معیارهای مرکزیت راس در یک گراف، که اهمیت نسبی یک رأس در گراف را تعیین می کند وجود دارد. بسیاری از مفاهیم مرکزیت برای اولین بار در تجزیه و تحلیل شبکه های اجتماعی توسعه یافته اند و بسیاری از اصطلاحات برای اندازه گیری مرکزیت، به عنوان مبدا جامعه شناختی مورد استفاده قرار می گیرد. مهمترین معیار های مرکزیت عبارتند از مرکزیت درجه، مرکزیت نزدیکی، مرکزیت بینابینی و مرکزیت بردار ویژه که می توان آنها را به یک شبکه وزن دار نیز تعمیم داد. پس از تعریف معیارهای مرکزیت برای گره، معیار های مرکزیت برای یال ها نیز بیان شدند.

واژه های کلیدی: شبکه های اجتماعی، مرکزیت ، مرکزیت بینابینی، مرکزیت بردار ویژه، مرکزیت درجه، مرکزیت نزدیکی

۲-مقدمه

شبکه های اجتماعی مختلف کاربردهای متفاوتی دارند. برحسب کاربردهای شبکه ها و جریان های داده ای که در آن ها جاری می شود، تعریف های مختلفی از مرکزیت مناسب این شبکه ها خواهد بود. گره هایی با مرکزیت زیاد، گره های مهمی محسوب می شوند و نقش زیادی در کارکرد درست شبکه های اجتماعی دارند. همین امر باعث می شود که در واقع گره هایی با مرکزیت زیاد، گره هایی آسیب پذیر محسوب شوند [۱].

۲-شاخص های مرکزیت

معیارهای مرکزیت به دو دسته ی معیارهای محلی و معیارهای سراسری تقسیم می شوند. معیارهای محلی، معیارهایی هستند که تنها به ساختار شبکه در همسایگی یک گره مربوط می شوند. معیارهای سراسری معیارهایی هستند که به ساختار کلی شبکه

*نویسنده مسئول

وابسته اند. چهار معيار براي مركزيت كه به طور گسترده اي در تجزيه و تحليل شبكه اي استفاده مي شود، وجود دارد: مركزيت درجه، مركزيت بينابيني، مركزيت نزديكي و مركزيت بردار ويژه.

۲-۱- مركزيت درجه^۲

مركزيت درجه به تعداد لينك هايي كه روي يك گره حادث مي شود، گفته مي شود. درجه را مي توان به عنوان خطر فوري يك گره براي ابتلا به هر آنچه كه از طريق شبكه جريان دارد مانند يك ويروس يا برخي اطلاعات تفسير كرد. در يك شبكه جهت دار معمولا دو معيار جداگانه براي مركزيت درجه تعريف مي شود كه عبارتند از درجه ورودی و درجه خروجی. بر اين اساس، درجه ورودی تعداد روابطی است كه به گره هدايت مي شوند و درجه خروجی تعداد روابطی است كه گره آنها را به گره های ديگر هدايت مي كند. هنگامی كه روابط برخی از جنبه های مثبت از قبيل دوستی يا همكاری است، درجه ورودی به عنوان محبوبیت و درجه خروجی به عنوان جمع گرایی تفسير مي شود.

مركزيت درجه گره V براي گراف $G=(V,E)$ داده شده، با $|V|$ گره و $|E|$ يال، به صورت زير تعريف مي شود[۲]:

$$C_D(v) = \text{deg}(v) \quad (1)$$

درجه اولين و بدیهی ترین معيار مركزيت يك گره است. هرچه درجه ی يك گره بیشتر باشد به گره های بیشتری متصل است و احتمال اینکه در جريان داده بين اين گره ها مؤثر واقع شود بیشتر می شود. در توزيع توانی، تعداد کمی گره با درجه ی بسيار زياد وجود دارند كه در اكثر شبكه ها و جريان ها، گره های مرکزی به حساب می آیند[۳].

۲-۲- مركزيت نزديكي^۳

در يك گراف متصل يك متریک فاصله طبیعی بين هر جفت از گره ها وجود دارد كه طول کوتاهترین مسيربين آنها تعريف مي شود. دوری^۴ براي نود S مجموع فاصله خود تا تمام گره های ديگر تعريف مي شود و نزديكي به عنوان، معكوس دوری تعريف مي شود. به اين ترتيب، گره ای مرکزی تر است كه كل مسافت خود را به تمام گره های ديگر پايين تر باشد. نزديكي می تواند به عنوان يك اقدام سريع براي اطلاع رسانی از S به تمام گره های ديگر در نظر گرفته شود.

مركزيت نزديكي گره V براي گراف $G=(V,E)$ داده شده، با $|V|$ گره و $|E|$ يال، به صورت زير تعريف مي شود[۳]:

$$C_D(v) = \sum_{t \in V} 2^{-d_G(v,t)} \quad (2)$$

^۲ Degree centrality

^۳ Closeness centrality

^۴ Farness

۳-۲- مرکزیت بینابینی^۵

بینابینی یک معیار مرکزیت برای راس های در درون یک گراف است. مرکزیت بینابینی تعداد بارهایی یک گره به عنوان پل در طول کوتاه ترین مسیر بین دو گره دیگر عمل می کند، تعریف می شود. لنتون فریمن^۶ مرکزیت بینابینی را به عنوان یک معیار برای تعیین کمیت کنترل یک انسان در ارتباط بین انسان های دیگر در یک شبکه اجتماعی معرفی می کند [۴]. رئوسی که به احتمال زیاد در کوتاهترین مسیری که به طور تصادفی بین دو راس که به طور تصادفی انتخاب شده، رخ می دهد، بینابینی بالایی دارد. به صورت فشرده تر بینابینی را می تواند به این صورت نشان داد [۵]:

$$C_B(v) = \sum_{s \neq v \neq t \in V} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}} \quad (3)$$

σ_{st} تعدادی کوتاهترین مسیرهای اتصال از s به t و $\sigma_{st}(v)$ تعداد کوتاهترین مسیرهای اتصال از s به t از طریق عبور از v است. اگر هیچ راه پیوستن از s و t وجود نداشته باشد $\sigma_{st}(v) = 0$ است.

۳-۲-۴- مرکزیت بردار ویژه^۷

مرکزیت بردار ویژه یک معیار اندازه گیری است که میزان نفوذ یک گره در شبکه را بیان می کند. اختصاص رتبه نسبی به تمام گره ها در شبکه مبتنی بر این مفهوم است که اتصال به گره های با رتبه بالاتر کمک بیشتری به رتبه گره نسبت به اتصال به گره های با رتبه کمتر می کند [۶].

برای یافتن مرکزیت بردار ویژه برای یک گراف $G=(V,E)$ با $|V|$ گره و یک ماتریس مجاورت در نظر می گیریم. درایه $A_{ij}=1$ است، اگر i به گره j پیوند خورده باشد و در غیر این صورت $A_{ij}=0$ است. امتیاز مرکزیت گره i با x_i نشان داده می شود، با رابطه زیر قابل محاسبه است [۷]:

$$x_i = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in M(i)} x_j = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^N A_{ij} x_j \quad (4)$$

۳-۳- تعمیم مرکزیت در شبکه های وزن دار

ممکن است برای دقیق تر کردن سطح یک شبکه ی اجتماعی، آن را به صورت یک گراف وزن دار مدل کنیم. مثلاً برای یک شبکه اجتماعی، ساده ترین روش این است که دوستی افراد را به صورتی صفر و یک در نظر بگیریم. اما برای دقیق تر شدن مدل می توان به دوستی هر دو نفر در این شبکه ی اجتماعی یک عدد تخصیص داد. به این شکل به یک شبکه وزن دار میرسیم که شامل گره های سابق است اما روی هر یک از یال های آن عددی که معرف میزان دوستی این دو فرد است نوشته شده است [۳].

^۵ Betweenness centrality

^۶ Linton Freeman

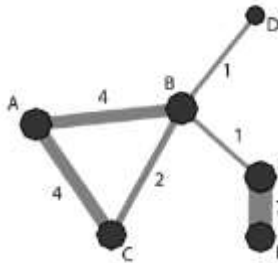
^۷ Eigenvector centrality

۳-۱- مرکزیت درجه تعمیم یافته در شبکه های وزن دار

به طور کلی هنگامی که شبکه های وزنی را آنالیز می کنیم، درجه به عنوان مجموع وزن تعریف می شود و به عنوان قدرت گره ها برچسب گذاری می شوند. این معیار رسمی به شرح زیر است [۸]:

$$s_i = C_D^W(i) = \sum_j^N w_{ij} \quad (5)$$

که در آن w وزن ماتریس مجاورت است که در آن w_{ij} ، اگر گره i به j گره متصل باشد بیشتر از ۰ است و این مقدار نشان دهنده وزن گره است. برای نشان دادن این موضوع، گره A و گره B در شکل ۱ دارای قدرت یکسان هستند اما گره B به دو برابر گره بیشتر از گره A متصل است و بنابراین، در بخش هایی بیشتری از شبکه درگیر است.



شکل (۱) یک شبکه با ۶ گره و ۶ یال وزن دار است. اندازه گره ها با قدرت گره ها مطابقت دارد [۸].

در تلاش برای ترکیب دو معیار درجه و قدرت، از پارامتر تنظیم α استفاده می کنیم، که اهمیت نسبی تعداد گره ها در مقایسه با وزن را تعیین می کند. به طور رسمی معیار زیر پیشنهاد می شود [۸]:

$$C_D^{w\alpha}(i) = k_i \times \left(\frac{s_i}{k_i}\right)^\alpha = k_i^{(1-\alpha)} \times s_i^\alpha \quad (6)$$

فعالیت یک گره و یا جمع گرایی آن، را می توان با تعداد روابطی که از یک گره سرچشمه می گیرد، بیان کرد که آن را با K^{out} نمایش می دهند. در حالی که تعداد روابطی که به سوی یک گره می آید، یک پروکسی از محبوبیت آن است، که آن را با K^{in} نمایش می دهند. برای یک شبکه وزنی، S^{in} و S^{out} می تواند به عنوان وزن کل متصل به ورودی و خروجی روابط تعریف شود. به طور مشابه معادلات ۷ و ۸ این دو معیار را به ترتیب به منظور ارزیابی فعالیت و محبوبیت یک گره پیشنهاد می کنند [۸]:

$$C_{D-out}^{w\alpha}(i) = k_i^{out} \times \left(\frac{s_i^{out}}{k_i^{out}}\right)^\alpha \quad (7)$$

$$C_{D-in}^{w\alpha}(i) = k_i^{in} \times \left(\frac{S_i^{in}}{k_i^{in}} \right)^\alpha \quad (8)$$

۳-۲- مرکزیت نزدیکی و بینابینی تعمیم یافته در شبکه های وزن دار

نزدیکی و بینابینی معیارهای مرکزیت در تکیه بر شناسایی و تعیین طول کوتاهترین مسیر بین گره ها در شبکه می باشد. بنابراین، در تلاش برای تعمیم این معیارها برای شبکه های وزنی، اولین گام برای تعمیم چگونگی شناسایی کوتاه ترین فاصله و چگونگی تعریف طول آنها است. در یک شبکه دودویی، کوتاه ترین مسیر با به حداقل رساندن تعداد گره های واسط بدست می آید و آن طول به عنوان حداقل تعداد روابط ارتباطی این دو گره، چه به صورت مستقیم یا غیر مستقیم تعریف می شود. در اینجا برای اضافه کردن وضوح به این استدلال، کوتاه ترین فاصله دودویی را به این صورت تعریف می شود:

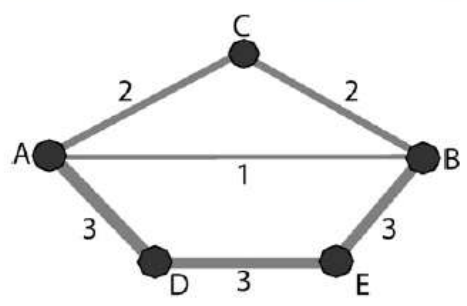
$$d(i, j) = \min (x_{ih} + \dots + x_{hj}) \quad (9)$$

که در آن h ، گره واسط در مسیر بین گره های i و j است از آنجا که در شبکه های باینری همه روابط وزن مشابهی دارند، کوتاه ترین مسیر برای تعامل بین دو گره از طریق کوچکترین تعداد گره های واسط تعیین می شود [۸].

تلاش های مختلفی برای شناسایی کوتاه ترین مسیرها در شبکه های وزن دار وجود دارد (دیکسترا، ۱۹۵۹ کاتز، ۱۹۵۳؛ پی، ۱۹۸۰؛ یانگ و کنوک، ۲۰۰۱). دیکسترا (۱۹۵۹) یک الگوریتم ارائه می دهد که مسیری با کمترین مقاومت را می یابد، و برای شبکه های وزن دار، وزن به نمایندگی از هزینه های انتقال تعریف شده است. از آنجا که وزن در شبکه های وزن دار به عنوان قدرت گره تعبیر می شود و ما در اینجا به هزینه نیاز داریم وزن گره باید قبل از اینکه به طور مستقیم با استفاده از الگوریتم دیکسترا برای یافتن کوتاهترین مسیر در این شبکه ها استفاده شود، معکوس شود. نیومن (۲۰۰۱) و براندز (۲۰۰۱) معیار فاصله در الگوریتم دیکسترا را به صورت زیر پیاده سازی می کنند:

$$d^w(i, j) = \min \left(\frac{1}{w_{ih}} + \dots + \frac{1}{w_{hj}} \right) \quad (10)$$

در شکل ۲ نشان داده شده سه مسیر بین دو گره A و B وجود دارد، که از تعداد مختلفی گره واسط تشکیل شده و روابط وزن های مختلفی دارند. کوتاهترین مسیر باینری مسیر مستقیم (B, A) خواهد بود. با این حال، در یک شبکه وزنی، سریعترین مسیر جریان (B, E, D, A) متفاوت است. برای نشان دادن اثر وزن روابط به هنگام محاسبه فاصله، جدول ۱ فاصله محاسبه شده توسط این الگوریتم برای سه مسیر مجزا در شکل ۲ را نشان می دهد. همانطور که در جدول دیده می شود، فاصله بین گره A و گره B توسط تعداد گره هایی که در کوتاه ترین مسیر بین دو گره وجود دارند تحت تاثیر قرار نمی گیرد. در واقع، در الگوریتم دیکسترا به طور ضمنی فرض می شود که تعداد گره های واسط فقط هزینه ناچیزی دارند.



شکل (۲) شبکه ای با سه مسیر بین دو گره (گره A و B) [۸]

جدول (۱) طول مسیر در شکل (۲) زمانی که فاصله دودویی و فاصله دیکسترا به ازای مقادیر مختلف α تعریف می شود [۸].

Path	$d(A, B)$	$d^w(A, B)$	$d^{w\alpha}(A, B)$ when $\alpha=$			
			0	0.5	1	1.5
$\{A, B\}$	1	1	1	1	1	1
$\{A, C, B\}$	2	1	2	1.4	1	0.7
$\{A, D, E, B\}$	3	1	3	1.8	1	0.5

پس از دیکسترا (۱۹۵۹)، براندز (۲۰۰۱) و نیومن (۲۰۰۱)، اسپال و همکاران (۲۰۱۰) الگوریتم کوتاه ترین مسیر را با توجه به در نظر گرفتن تعداد گره های واسطه گسترش دادند. این تضمین می کند که هر دو وزن روابط و تعداد گره های واسطه بر روی شناسایی و طول مسیر تاثیر می گذارد. به عبارت دیگر، طول کوتاهترین مسیر بین دو گره، به این صورت تعریف می شود [۸]:

$$d^{w\alpha}(i, j) = \min \left(\frac{1}{(w_{ih})^\alpha} + \dots + \frac{1}{(w_{hj})^\alpha} \right) \quad (11)$$

که در آن α پارامتر تنظیم مثبت است. الگوریتم کوتاهترین مسیر پیشنهادی می تواند مورد استفاده قرار گیرد تا اجازه دهد معیار مرکزیت نزدیکی به هر دو تعداد گره های واسطه و وزن روابط اختصاص یابد. این معیار به شرح زیر بدست می آید [۸]:

$$C_c^{w\alpha}(i) = \left[\sum_j^N d^{w\alpha}(i, j) \right]^{-1} \quad (12)$$

علاوه بر این، از الگوریتم کوتاهترین مسیر پیشنهادی استفاده شده تا مرکزیت بینابینی را گسترش دهند. در انجام این کار، بینابینی بر اساس ترکیب تعداد گره های واسطه و وزن روابط خواهد بود که در معادله زیر نشان داده شده است [۸]:

$$C_B^{w\alpha}(i) = \frac{g_{jk}^{w\alpha}(i)}{g_{jk}^{w\alpha}} \quad (13)$$

شناسایی کوتاه ترین مسیر و طول آنها، در شبکه های جهت دار شبیه به همین فرایند در شبکه های بدون جهت است البته با این محدودیت که مسیر از یک گره به دیگر گره ها فقط در جهت روابط موجود می تواند دنبال شود.

۴- شاخص مرکزیت یال

مرکزیت یال به عنوان جریان مرکزیت^۸ تفسیر شده است. برای تعریف آن، اجازه دهید یک گراف $G=(V,E)$ را در نظر بگیریم و اجازه دهید $t \in V, s \in V$ یک جفت ثابت از گره ها باشند. فرض می کنیم که یک واحد جریان در شبکه از طریق چین S به عنوان گره منبع تزریق شده و فرض کنید که این واحد جریان در G در طول کوتاهترین مسیر جریان است. شاخص راش^۹ همراه با جفت (s,t) و یال $e \in E$ به این صورت تعریف می شود:

$$\delta_{st}(e) = \frac{\sigma_{st}(e)}{\sigma_{st}} \quad (14)$$

σ_{st} تعدادی کوتاهترین مسیرهای اتصال از S به t و $\sigma_{st}(e)$ تعداد کوتاهترین مسیرهای اتصال از S به t از طریق عبور از یال e است. اگر هیچ راه پیوستن از S و t وجود نداشته باشد $\sigma_{st}(e) = 0$ است [۸].

در سال ۲۰۰۲، گریون^{۱۰} و نیومن [۹] تعریفی از مرکزیت بینابینی یال ارائه کردند که به شدت شبیه تعریف ارائه شده توسط آنتونیوس است ولی با نظریه آنتونیوس متفاوت است زیرا گره منبع S و هدف گره t باید متفاوت باشند. حاشیه های مختلف، از مرکزیت بینابینی، توسط براندز پیشنهاد شده است [۱۰] از جمله distance-scaled, bounded-distance, بینابینی یال و گروه، و تنش و بار مرکزیت. با توجه به نماد معرفی شده در بالا، مرکزیت بینابینی یال $e \in E$ به این صورت تعریف می شود:

$$C_{B_e}(e) = \sum_{s \neq t \in V} \frac{\sigma_{st}(e)}{\sigma_{st}} \quad (15)$$

۴-۱- شبیه سازی انتشار پیام با استفاده از پیاده روی تصادفی^{۱۱}

این فرض که اطلاعات در یک شبکه اجتماعی تنها در طول کوتاهترین مسیر منتشر می شود، نمی تواند درست باشد. در مقابل، مدل های انتشار اطلاعاتی ارائه شده است که در آن اطلاعات کد گذاری شده به عنوان یک پیام در گره منبع تولید شده و ممکن است در طول مسیر دلخواه به گره هدف در شبکه هدایت شوند [۱۱]. در این چنین مدلی، برخی از نویسندگان مانند نیومن [۱۲]، نوح و ریجر [۱۳] پیشنهاد انجام پیاده روی تصادفی بر روی شبکه های اجتماعی برای محاسبه مقدار مرکزیت را دادند.

^۸ Flow Centrality

^۹ rush

^{۱۰} Girvan

^{۱۱} Random walk

روش های برجسته ای پس از این تحقیق در [۱۴] ارائه شده است. در این کار، نویسنده یک معیار مرکزیت یال جدید به نام k -path را معرفی می کند. از طول k (عدد صحیح مناسب) برای محاسبه مقادیر مرکزیت استفاده می شود. آنها یک الگوریتم تقریبی، با زمان اجرای $O(k^3 n^{2-2\alpha} \log n)$ ارائه می کنند که n تعداد گره ها و $\alpha \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ است.

۴-۲- کاربرد مرکزیت یال

محاسبه مرکزیت یال در طیف گسترده ای از زمینه ها و به طور خاص، در زمینه سیستم های مبتنی بر دانش (KB) کاربردهای عملی دارد. به عنوان مثال در سیستم KB که داده ها را می توان به راحتی از طریق نمودار ها مدیریت کرد، روش وزن دهی به یال ها نقش کلیدی در شناسایی جوامع دارد، به عنوان مثال، گروه ای از گره های متراکم که به یکدیگر متصل و با گره ساکن در خارج از جامعه خود همراهی ضعیفی دارند [۱۵].

در جوامع پیچیده امروزی بسیار مفید است که دانش های موجود را بهتر سازماندهی کنیم به عنوان مثال، در یک پلت فرم تجارت الکترونیک می تواند جوامع مشتری را به گروه های کوچک تر پارتیشن بندی کنید و می توان پیام های ارسالی را انتخاب کرده (مانند آگهی های تجاری) و تنها به گروه هایی که اعضایشان به آنها علاقه مند ارسال کنید. علاوه بر این، در زمینه شبکه های اجتماعی، مرکزیت یال به مدل شدت رابطه اجتماعی میان دو نفر کمک می کند. در چنین مواردی، می تواند از الگوهای تعاملات میان کاربران، جوامع مجازی را استخراج کنیم و با تجزیه و تحلیل آنها، درک کنیم که چگونه یک کاربر قادر به نفوذ در دیگری است [۱۶].

۵- استفاده از معیارهای مرکزیت در تجزیه و تحلیل شبکه های اجتماعی

روش های مختلفی را برای بهره برداری از اطلاعات مرکزیت بیان شده است. به عنوان مثال، برای اهداف بازاریابی، توصیه، تجزیه و تحلیل اعتماد، بازاریابی و مطالعات تجاری به شبکه های اجتماعی برخط اعمال شدند، به ویژه برای کشف کارآمد کانال برای توزیع اطلاعات و مطالعه گسترش نفوذ که به طور بالقوه می تواند اطلاعات مفیدی در تمام جهات تحقیقات کاربردی، از طریق شناسایی کسانی که یال هایی با مرکزیت یال بالا k -path دارند که اهمیت بالایی در شبکه های اجتماعی دارند، تولید کنند. گره هایی که ارتباط تنگاتنگی با یال هایی با مرکزیت بالا دارند مهم هستند زیرا یک موقعیت "topologically" را اشغال می کنند. علاوه بر این، آنها می تواند برای انتقال اطلاعات به همسایه های خود مفید باشند [۱].

۶- نتیجه گیری

در زمینه مدیریت دانش اجتماعی، تجزیه و تحلیل شبکه اجتماعی جلب توجه بیشتری در جامعه علمی، به ویژه در طول سال های اخیر می کند. در راستای تجزیه و تحلیل این شبکه ها نیازمند سنجش های مطالعاتی هستیم تا بتوان مفاهیم مورد نیاز را از این شبکه ها استخراج کنیم. با استفاده از شاخص های مرکزیت می توان گره ها و یال های استراتژیک را در شبکه شناسایی کرده و به تجزیه و تحلیل این شبکه ها پرداخت. آنچه در این مقاله مرور شد شاخص های موجود برای تجزیه و تحلیل بهتر شبکه های اجتماعی است.

- [۱] M. E. J. Newman, *Networks: An Introduction*, 2010.
- [۲] M. Newman, *Networks: an introduction*: Oxford University Press, 2009.
- [۳] T. Opsahl, F. Agneessens, and J. Skvoretz, "Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths," *Social Networks*, vol. 32, pp. 245-251, 2010.
- [۴] K. Al Falahi, N. Mavridis, and Y. Atif, "Social Networks and Recommender Systems: A World of Current and Future Synergies," in *Computational Social Networks*, ed: Springer, 2012, pp. 445-465.
- [۵] C. Dangalchev, "Residual closeness in networks," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 365, pp. 556-564, 2006.
- [۶] S. C. Freeman and L. C. Freeman, *The networkers network: A study of the impact of a new communications medium on sociometric structure*: School of Social Sciences University of Calif., 1979.
- [۷] P. Bonacich, "Simultaneous group and individual centralities," *Social Networks*, vol. 13, pp. 155-168, 1991.
- [۸] T. Opsahl, F. Agneessens, and J. Skvoretz, "Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths," *Elsevier*, 2011.
- [۹] M. Girvan and M. E. Newman, "Community structure in social and biological networks," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 99, pp. 7821-7826, 2002.
- [۱۰] U. Brandes, "On variants of shortest-path betweenness centrality and their generic computation," *Social Networks*, vol. 30, pp. 136-145, 2008.
- [۱۱] P. De Meo, E. Ferrara, G. Fiumara, and A. Ricciardello, "A novel measure of edge centrality in social networks," *Knowledge-based Systems*, vol. 30, pp. 136-150, 2012.
- [۱۲] M. E. Newman, "A measure of betweenness centrality based on random walks," *Social networks*, vol. 27, pp. 39-54, 2005.
- [۱۳] J. D. Noh and H. Rieger, "Random walks on complex networks," *Physical review letters*, vol. 92, p. 118701, 2004.
- [۱۴] T. Alahakoon, R. Tripathi, N. Kourtellis, R. Simha, and A. Iamnitchi, "K-path centrality: A new centrality measure in social networks," in *Proceedings of the 4th Workshop on Social Network Systems*, 2011, p. 1.
- [۱۵] Z. Xia and Z. Bu, "Community detection based on a semantic network," *Knowledge-Based Systems*, vol. 26, pp. 30-39, 2012.
- [۱۶] L. Ding, D. Steil, B. Dixon, A. Parrish, and D. Brown, "A relation context oriented approach to identify strong ties in social networks," *Knowledge-Based Systems*, vol. 24, pp. 1187-1195, 2011.